

УДК 550.34.(013.4+042.4)+551.243

DOI: 10.24930/1681-9004-2019-19-4-640-652

Оценка самоподобия поля эпицентров землетрясений Байкальского региона

© 2019 г. А. В. Ключевский, Ф. Л. Зуев, А. А. Ключевская

Институт земной коры СО РАН, 664033, г. Иркутск, Лермонтова, 128, e-mail: akluhev@crust.irk.ru

Поступила в редакцию 24.04.2017 г., принята к печати 25.03.2018 г.

Объект исследований. Математический аппарат теории фракталов и развитые в его рамках алгоритмы применены для оценки статистического самоподобия полей эпицентров землетрясений Байкальского региона. *Материалы и методы.* Решение реализовано на численных моделях и на трех иерархических уровнях литосферы региона. Применен модифицированный способ определения фрактальной размерности, когда аппроксимация данных скейлинга выполняется единообразно для территорий различной формы и размеров при условии максимума коэффициента парной линейной корреляции функции $\ln N = f(\ln r)$. Численные реализации моделей эпицентрального поля в виде “снежинки Коха” и “ковра Серпинского” подтвердили преимущество способа в условиях ограниченности используемых массивов данных. *Результаты.* Сейсмичность отражает процесс разломообразования в литосфере, а применение модифицированного способа позволяет получить более точные параметры состояния разломной структуры литосферы по полю эпицентров землетрясений Байкальского региона. Основное влияние на оценку показателя оказывают два взаимосвязанных фактора: рост объемов инструментальных данных со временем и геометрия распределения эпицентров землетрясений по территории. Использование максимального коэффициента корреляции для оценки самоподобия поля эпицентров землетрясений Байкальского региона позволяет существенно уточнить величину показателя самоподобия – отличие показателя самоподобия ($D_0 \approx 1.70$) значительно превышает три стандартных отклонения от клеточной размерности ($D_0 \approx 1.58$). *Выводы.* Примененный способ имеет особое преимущество при небольшом количестве исходных данных и позволяет существенно улучшить оценку показателя самоподобия в условиях ограниченной длительности инструментального мониторинга землетрясений. При отсутствии надежных данных о глубинном строении разломно-блочной геосреды применяемый подход и полученные результаты вносят вклад в понимание современной геодинамики и сейсмотектоники литосферы Байкальского региона посредством анализа разломной структуры территорий через фрактальную размерность полей эпицентров землетрясений. В практическом плане информацию по контролю состояния разломной структуры литосферы на основе данных о землетрясениях можно использовать для характеристики сейсмической обстановки и опасности на территориях промышленного и гражданского строительства.

Ключевые слова: самоподобие, скейлинг, эпицентры землетрясений, Байкальский регион, литосфера

Evaluation of the self-similarity of earthquake epicenters field in the Baikal region

Anatoly V. Klyuchevskii, Fedor L. Zuev, Anna A. Klyuchevskaya

Institute of the Earth Crust SB RAS, 128 Lermontov st., Irkutsk, 664033 Russia, e-mail: akluhev@crust.irk.ru

Received 24.04.2017, accepted 25.03.2018

Object of research. The mathematical apparatus of the theory of fractals and the algorithms developed within its framework are used to assess the statistical self-similarity of the fields of epicenter earthquakes in the Baikal region. *Materials and methods.* The solution is implemented on numerical models and at three hierarchical levels of the lithosphere of the region. A modified method for determining the fractal dimension is applied, when the scaling data are approximated uniformly for territories of various shapes and sizes, subject to the maximum coefficient of pair linear correlation of the function $\ln N = f(\ln r)$. Numerical implementations of epicentral field models in the form of a “Koch snowflake” and “Sierpinski carpet” confirmed the advantage of the method in conditions of limited data arrays used. *Results.* Seismicity reflects the process of fault formation in the lithosphere, and the use of the modified method allows one to obtain more accurate parameters of the state of the fault structure of the lithosphere from the field of epicenters of earthquakes in the Baikal region. The main influence on the assessment of the indicator is provided by two interrelated factors: the growth of instrumental data over time and the geometry of the distribution of earthquake epicenters over the territory. Using the maximum correlation coefficient to estimate the self-similarity of the field of epicenters of earthquakes in the Baikal region

Для цитирования: Ключевский А.В., Зуев Ф.Л., Ключевская А.А. (2019) Оценка самоподобия поля эпицентров землетрясений Байкальского региона. *Литосфера*, 19(4), 640-652. DOI: 10.24930/1681-9004-2019-19-4-640-652

For citation: Klyuchevskii A.V., Zuev F.L., Klyuchevskaya A.A. (2019) Evaluation of the self-similarity of earthquake epicenters field in the Baikal region. *Lithosfera*, 19(4), 640-652. DOI: 10.24930/1681-9004-2019-19-4-640-652

allows us to significantly refine the magnitude of the self-similarity index – the difference between the self-similarity index ($D_0 \approx 1.70$) and the cell dimension ($D_0 \approx 1.58$) significantly exceeds three standard deviations. *Findings.* The applied method has a particular advantage with a small amount of initial data and can significantly improve the assessment of the self-similarity index in conditions of a limited duration of instrumental monitoring of earthquakes. In the absence of reliable data on the deep structure of the fault-block geomedium, the approach used and the results obtained contribute to the understanding of modern geodynamics and seismotectonics of the lithosphere of the Baikal region by analyzing the fault structure of the territories through the fractal dimension of the earthquake epicenter fields. In practical terms, information on monitoring the state of the fault structure of the lithosphere according to earthquake data can be used to characterize the seismic situation and the danger in industrial and civil construction areas.

Keywords: self-similarity, scaling, epicenters of earthquakes, Baikal region, lithosphere

ВВЕДЕНИЕ

Тектонические землетрясения являются следствием упруго-пластичного деформирования литосферы Земли. Верхняя часть литосферы представляет собой иерархическую систему жестких блоков, разделенных разломами и разломными зонами, находящуюся под воздействием геофизических полей различной природы и потоков флюида [Садовский и др., 1987]. Суперпозиция глобального тектонического напряжения сжатия литосферы Земли, региональных и локальных напряжений различной природы приводит к градиентно-неоднородному деформированию некоторых зон литосферы с диссипацией энергии в виде разрывных разрушений горных пород – землетрясений разных энергетических классов, и в виде крипа. Землетрясения наиболее часто происходят в зонах контакта крупных литосферных плит, но и довольно часто – в континентальных внутриплитных регионах, где имеются системы активных разломов, разделяющих жесткие блоки литосферы, и сохраняется наследственная геодинамическая связь с предыдущими тектоническими активизациями [Новая глобальная тектоника, 1974]. На всех иерархических уровнях литосферы землетрясения отражают структурную наследственную неоднородность иерархической разломно-блочной геосреды и процесс трансформации напряжений и деформаций, которые концентрируются на границах блоков в зонах разломов и приводят к разрывам горных пород. Методы и приемы изучения сейсмичности, землетрясений и разломов совершенствуются со временем при решении фундаментальных проблем современной геодинамики литосферы Земли и прикладных задач сейсмической безопасности, сейсмического районирования территорий и прогноза сильных землетрясений.

В рамках модели иерархической разломно-блочной геосреды [Садовский, 1979] установлено, что распределение сейсмичности самоподобно на исследуемых масштабных уровнях [Садовский и др., 1984]. В этой модели количественные отношения между соседними уровнями иерархии неоднородностей литосферы предполагаются в среднем неизменными, а пределы иерархии не зафиксиро-

ваны и зависят от масштабов выше- и (или) ниже-стоящих уровней. Установленное самоподобие сейсмичности дает возможность использования математического аппарата теории фракталов для обработки и интерпретации материалов каталогов сейсмических событий. Известно, что фрактальные объекты обладают масштабной инвариантностью и характеризуются фрактальной размерностью (как мерой самоподобия), которая выражается нецелым числом [Мандельброт, 2002]. Самоподобие является характеристическим свойством фрактала, а самоподобный объект в точности или приближенно совпадает с частью себя самого. Многие объекты реального мира, например береговые линии, обладают свойством статистического самоподобия: их части статистически подобны в разных масштабах измерения. Фрактальная размерность – специфическая характеристика геометрической структуры природных или модельных объектов, в качестве показателя самоподобия служит основной характеристикой структуры многих природных фрактальных объектов. Фрактальная размерность равна показателю самоподобия для идеально самоподобных фракталов и флуктуирует около показателя самоподобия для природных монофракталов. Существует несколько фрактальных размерностей, которые для идеально самоподобного объекта обычно сходятся к одному и тому же численному значению и различны, если объект не полностью самоподобен или внутренне неоднороден. Как и прочие статистические характеристики, фрактальная размерность достаточно корректно отражает структуру природного фрактала по большой выборке материалов, но при ограниченных объемах данных размерность зависит от степени заполнения фракталами объекта и по этой причине может значительно отличаться от показателя самоподобия. Другой причиной различия фрактальной размерности и показателя самоподобия является неоднозначность выбора нижнего предела диапазона масштабирования объекта – предполагаемого предела самоподобия используемых данных.

Мы применяем математический аппарат теории фракталов и развитие в его рамках алгоритмы для изучения статистического самоподобия сейсмично-

сти, т.е. законов сохранения ее пропорций при изменении пространственных, временных или энергетических масштабов [Ключевский, Зуев, 2000, 2007, 2011]. Основная проблема оценок самоподобия сейсмичности кроется в необходимости судить о структуре всего изучаемого объекта по конечному, часто сравнительно небольшому, числу землетрясений, параметры которых определены с некоторой погрешностью. При небольшом числе толчков эпицентральное поле заполняется недостаточно полно и возникает проблема определения нижнего предела диапазона масштабирования объекта, на котором вычисляемая фрактальная размерность отражала бы оптимально масштабную инвариантность объекта. В настоящей работе нами реализован модифицированный способ определения фрактальной размерности эпицентрального поля сейсмичности, отличающийся тем, что границы диапазона масштабов с явно выраженным самоподобием определяются не по значению погрешности определения координат эпицентров землетрясений, а из условия максимума коэффициента парной корреляции линейной аппроксимации данных скейлинга [Ключевский и др., 2017]. Способ протестирован на примере самоподобных фрактальных структур “снежинка Коха” и “ковер Серпинского” и для выборки небольших размеров показал существенное приближение размерности к показателю самоподобия, а затем использован для оценки самоподобия поля эпицентров землетрясений Байкальского региона.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

Детальное описание общих и частных вычислительных аспектов определения самоподобия поля эпицентров землетрясений Байкальского региона и Монголии выполнено нами в работе [Зуев, Ключевский, 2015]. Мы используем три известные метрики фрактальной геометрии – клеточную (Хаусдорфа), информационную и корреляционную размерности применительно к геофизическим структурам, описываемым наборами точек на поверхности – эпицентрами землетрясений. Клеточная размерность определяется по формуле

$$D_0 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{-\ln N(r)}{\ln r}, \quad (1)$$

где $N(r)$ – количество непустых, содержащих хотя бы одну точку, клеток сетки с длиной стороны r , накрывающей изучаемое множество. Алгоритм вычисления достаточно прост: на множество накладываются сетки с последовательно уменьшающимся размером ячейки r_k до тех пор, пока r_k не станет меньше точности измерения. Затем у последовательности пар $(1/n(r_k), r_k)$, $k = 1, 2, 3...$ отбрасываются неинформативные крайние члены. Оставшиеся пары аппроксимируются методом наименьших

квадратов, а среднее квадратичное отклонение берется как оценка погрешности метода.

Информационная размерность оценивается по формуле

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{-S(r)}{\ln r} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum_i P_i \ln P_i}{\ln r}, \quad (2)$$

где $S(r) = -\sum_i P_i \ln P_i$ – информационная энтропия по Шеннону. Алгоритм вычисления аналогичен вычислению клеточной размерности.

Корреляционная размерность вычисляется по формуле

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(r)}{\ln r}, \quad (3)$$

где $C(r)$ – корреляционный интеграл, который может быть записан через функцию Хевисайда как

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \theta(r - |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|), \quad (4)$$

а суммирование проводится по всем парам точек $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$ изучаемого множества. Для геометрической прогрессии масштабов r_k рассчитываются значения $C(r_k)$, затем выполняется удаление крайних точек, и аппроксимация аналогична предыдущему.

Понятие фрактальной размерности иногда сводят к простой геометрической интерпретации – насколько фрактальные элементы заполняют пространство, в котором они определены. Заполнение территории эпицентрами землетрясений происходит поступательно во времени – каждый зарегистрированный толчок дополняет картину заполнения и приводит к изменению, обычно к росту, фрактальной размерности. Теоретически территория заполняется эпицентрами землетрясений полностью за сейсмический цикл, продолжительность которого для Байкальского региона составляет около 220 лет [Ключевский и др., 2005]. Следовательно, чтобы корректно определить показатель самоподобия эпицентрального поля землетрясений региона, необходимо осуществить мониторинг сейсмичности продолжительностью в сотни лет. Инструментальная регистрация землетрясений сетью сейсмических станций Прибайкалья началась в 1960-х гг., т. е. поле эпицентров землетрясений, включенных в [Каталог...], заполнено не полностью. Следует отметить, что этот недостаток является артефактом инструментального мониторинга: на самом деле поля эпицентров землетрясений обычно заполнены, так как они формируются тысячелетиями непрерывного сеймотектонического деформирования литосферы с генерацией землетрясений. Артефакт возникает из-за недостаточного объема данных в каталогах землетрясений и обусловлен малой продолжительностью периода инструментальной регистрации землетрясений. По-

этому при получении максимально приближенных к истинным значениям параметров долговременной сейсмичности при использовании ограниченной во времени выборки инструментальных данных часто возникают проблемы.

Исследуемый в работе фрактальный объект представляет собой поле эпицентров землетрясений на поверхности исследуемой территории (множество точек, обладающее свойством статистического самоподобия [Садовский и др., 1984; Солоненко, Штейман, 1994]). Отметим, что в сейсмологии и сейсмогеологии для описания и характеристики эпицентрального поля обычно используются карты изолиний плотности эпицентров толчков и карты изолиний сейсмической активности A_{10} : по картам анализируется пространственное и энергетическое распределение землетрясений, но нет возможности охарактеризовать общую структуру поля эпицентров одним числом. При оценке фрактальной размерности распределения эпицентров землетрясений на поверхности Земли форма и размер максимальной первой клетки обычно определяются таковым территории исследования. Например, при исследовании эпицентров землетрясений Байкальского региона они определяются территорией, ограниченной координатами мониторинга землетрясений сетью сейсмических станций Прибайкалья ($\varphi = 48.0^\circ\text{--}60.0^\circ \text{ N}$, $\lambda = 96.0^\circ\text{--}122.0^\circ \text{ E}$), а при изучении сейсмичности отдельных районов и участков Байкальского региона – определяются формой и размерам этих территорий [Ключевский, Зуев, 2007]. В предыдущих наших работах размер минимальной клетки задается исходя из физических соображений, величиной погрешности определения координат эпицентров землетрясений. В Байкальском регионе погрешность обычно принимается равной 10 км, таковы и размеры минимальной клетки [Ключевский, Зуев, 2007; Зуев, Ключевский, 2015]. Однако расстановка и плотность сейсмических станций, от которых зависит в целом погрешность определения координат эпицентров землетрясений, варьируют по территории – наиболее высока плотность станций в центральной части региона, но на флангах Байкальской рифтовой зоны (БРЗ) она понижается и сейсмические станции вытянуты вдоль рифтовых структур, что приводит к погрешности более 10 км. Возникающие при этом различия в погрешности определения координат эпицентров землетрясений в центре и на флангах и, следовательно, разные величины возможных размеров минимальных клеток при скейлинге создают дополнительные неопределенности в оценке фрактальной размерности поля эпицентров толчков.

Чтобы минимизировать эти недостатки, в настоящей работе мы модифицировали процедуру линейной аппроксимации данных скейлинга [Ключевский и др., 2017]; все остальные процедуры, применяемые нами ранее при определении фрак-

тальной размерности эпицентрального поля землетрясений Байкальского региона [Ключевский, Зуев, 2007; Зуев, Ключевский, 2015], остались неизменными. Модификация сводится к тому, что минимальное значение r (нижний предел диапазона самоподобия для используемых выборок данных) выбирается по максимуму коэффициента детерминации R^2 (коэффициента корреляции между $\ln r$ и $\ln N(r)$) линейной аппроксимации данных скейлинга. Иными словами, мы ищем наилучшую аппроксимацию линейного тренда функции $\ln N = f(\ln r)$, при необходимости исключая излишние точки. Мы можем это делать, поскольку знаем, что аппроксимирующая линия, сначала прямая, по мере уменьшения r начинает загибаться вниз (что приводит к уменьшению коэффициента корреляции), отражая переход через нижний предел диапазона самоподобия используемой ограниченной выборки данных.

По данным о представительных землетрясениях формировалась карта распределения эпицентров толчков по территории. Выполнялся скейлинг карты (разбиение карты на последовательно уменьшающиеся по размеру ячейки r_k), и по углу наклона линейной аппроксимации функции логарифма количества площадок с землетрясениями $\ln N$ от логарифма линейного размера площадок $\ln r$ определялись фрактальные размерности D_0 , D_1 и D_2 поля эпицентров землетрясений. При этом выбирался диапазон размеров площадок, на котором линейная аппроксимация функции $\ln N = f(\ln r)$ имеет максимальный коэффициент парной корреляции и в этом диапазоне определялась фрактальная размерность. Поскольку такое решение соответствует условию наилучшей аппроксимации данных скейлинга, то оно единственно и максимально приближено к показателю самоподобия как истинной характеристике самоподобной структуры распределения эпицентров землетрясений. Новый подход позволяет существенно уточнить величину фрактальной размерности при ограниченных выборках данных, обусловленных малой продолжительностью инструментальной регистрации землетрясений.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: МОДЕЛЬ “СНЕЖИНКА КОХА”

В качестве модельного примера артефакта недостаточного объема данных приведем результаты вычисления и определения клеточной (D_0), информационной (D_1) и корреляционной (D_2) размерности синтезированного нами поля точек-эпицентров “землетрясений” для классической самоподобной структуры “снежинка Коха”, фрактальная размерность и показатель самоподобия которой $D \approx 1.26$. Для приближения к реальной ситуации синтезирование толчков выполнено в формате территории Байкальского региона ($\varphi = 48.0^\circ\text{--}60.0^\circ \text{ N}$, $\lambda = 96.0^\circ\text{--}122.0^\circ \text{ E}$).

На рис. 1а представлена структура самоподобного фрактала “снежинка Коха”, построенная в масштабе Байкальского региона по 64 синтезированным точкам-эпицентрам “землетрясений” (разряд 6, $2^6 = 64$ точки, которые будем интерпретировать условно как количество “землетрясений” за $t = 1$ год). На рис. 1б результаты определений клеточной D_0 (клет), информационной D_1 (инф) и корреляционной D_2 (корр) размерности в полном диапазоне размеров r отражены в виде функций $\ln N = f(\ln r)$ и их линейных аппроксимаций. Также представлены уравнения корреляционной связи и

коэффициенты корреляции R . Выделяется наклонная часть графика в масштабах $0 \leq \ln r \leq 2$ и полочка для $\ln r \leq 0$, которая вносит главное искажение в функции $\ln N = f(\ln r)$ и графики линейной аппроксимации функций. Видно, что линии аппроксимации не соответствуют графикам функций $\ln N = f(\ln r)$, коэффициенты корреляции низки (менее 0.5), а значения размерностей ($D_0 \approx 0.15$, $D_1 \approx 0.16$ и $D_2 \approx 0.17$) сильно отличаются от показателя самоподобия фрактала “снежинка Коха” ($D \approx 1.26$). На рис. 1в результаты представлены только для наклонных частей функций (устранены полочки), а

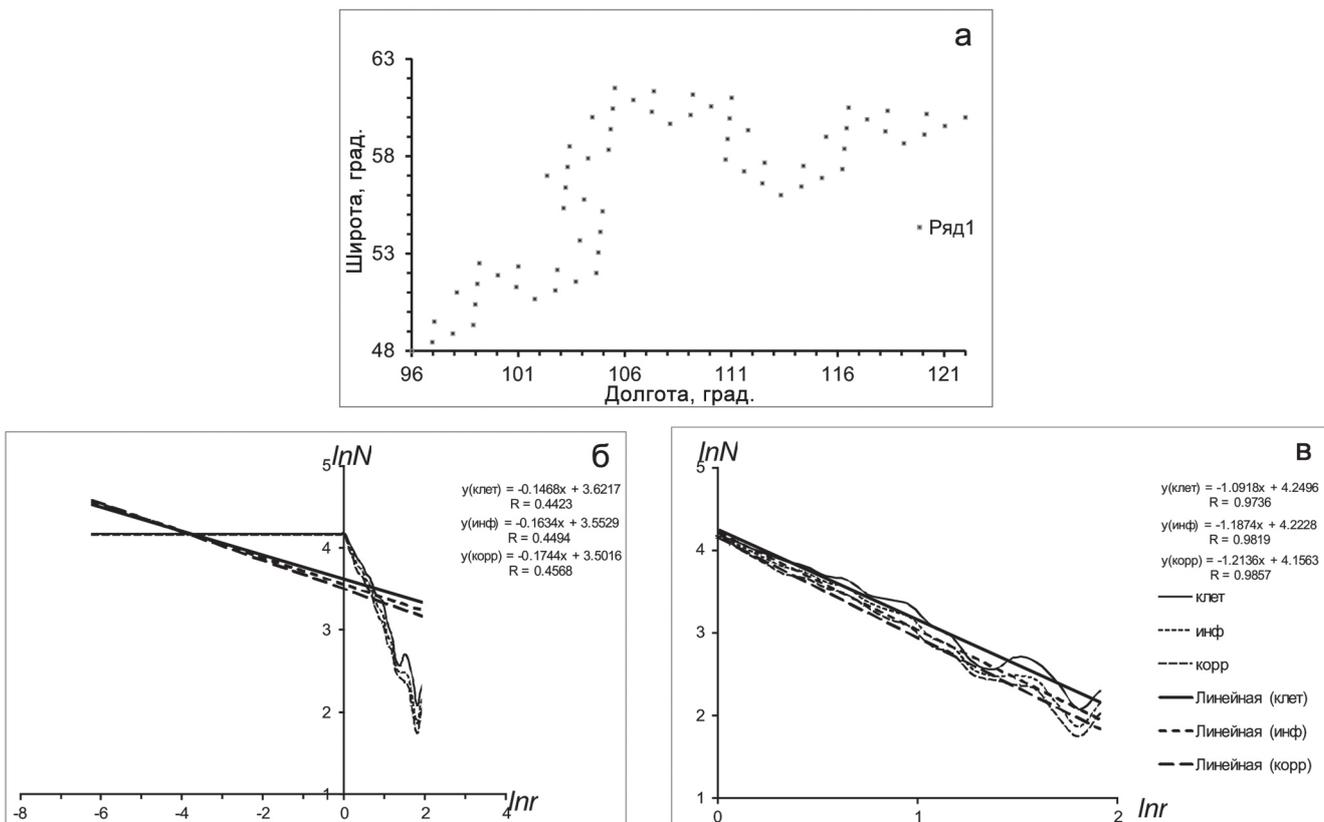


Рис. 1. Фрактальная структура “снежинки Коха” в масштабе Байкальского региона для 64 точек-эпицентров синтезированных “землетрясений” (разряд 6).

- а. Распределение точек-эпицентров синтезированных “землетрясений” по территории Байкальского региона.
 б. Результаты скейлинга в полном диапазоне размеров: отражены в виде функций $\ln N = f(\ln r)$ и линейной аппроксимации функций клеточной D_0 (клет), информационной D_1 (инф) и корреляционной D_2 (корр) размерности. Для каждой размерности приведены уравнения корреляционной связи и коэффициенты корреляции R .
 в. Результаты скейлинга наклонной линейной части функций (без “полочки”): отражены в виде функций $\ln N = f(\ln r)$ и линейной аппроксимации функций клеточной D_0 (клет), информационной D_1 (инф) и корреляционной D_2 (корр) размерности.

Fig. 1. Fractal structure of “Koch snowflakes” in the scale of the Baikal region for 64 points-epicenters of synthesized “earthquakes” (rank 6).

- а. Distribution of points-epicenters of synthesized “earthquakes” in the territory of the Baikal region.
 б. The results of scaling in the full range of sizes are reflected in the form of the functions $\ln N = f(\ln r)$ and linear approximation of the cellular D_0 (клет), information D_1 (инф) and correlative D_2 (корр) dimension. For each dimension the correlation equations and the correlation coefficients R are given.
 в. The results of scaling of the oblique linear part of the functions (without the “shelf”): reflected as functions of $\ln N = f(\ln r)$ and linear approximation of the cellular D_0 (клет), information D_1 (инф) and correlative D_2 (корр) dimension.

уравнения корреляционной связи получены при максимальных коэффициентах корреляции, т.е. для наилучшего описания функций линейной аппроксимацией. Видно, что графики линейной аппроксимации достаточно близко соответствуют функциям $\ln N = f(\ln r)$, максимальные коэффициенты корреляции высоки (выше 0.97), а значения показателей самоподобия ($D_0 \approx 1.09$, $D_1 \approx 1.19$ и $D_2 \approx 1.21$) существенно приблизились к величине $D \approx 1.26$.

Продолжая, на рис. 2 структура “снежинка Коха” построена по 16 384 синтезированным точкам-эпицентрам “землетрясений” (разряд 14, $2^{14} = 16\,384$ точки, $t = 2^8 = 256$ лет). В масштабе всего Байкальского региона детали распределения точек-эпицентров уже не наблюдаются, видны только общие контуры. Поэтому мы изменили масштаб и привели небольшой участок ($0.5^\circ \times 0.5^\circ$)

юго-западного фланга БРЗ (рис. 2б). На нем отчетливо повторяются детали самоподобного фрактала структуры “снежинка Коха”, заполненной уже достаточно полно. В полном диапазоне размеров r наклонные части функций расширены до $-4 \leq \ln r \leq 2$ (рис. 2в), а полочки уменьшились ($\ln r \leq -4$). Видно, что, несмотря на значительное увеличение наклонных частей функций, линейная аппроксимация все-таки не соответствует полностью графикам функций $\ln N = f(\ln r)$, коэффициенты корреляции существенно выросли ($R \approx 0.97$), но значения вычисленных размерностей ($D_0 \approx 1.05$, $D_1 \approx 1.08$ и $D_2 \approx 1.10$) отличаются от величины $D \approx 1.26$. На рис. 2г представлены результаты только для наклонных частей функций. Видно, что графики линейной аппроксимации хорошо соответствуют функциям $\ln N = f(\ln r)$, максимальные коэффициенты корреля-

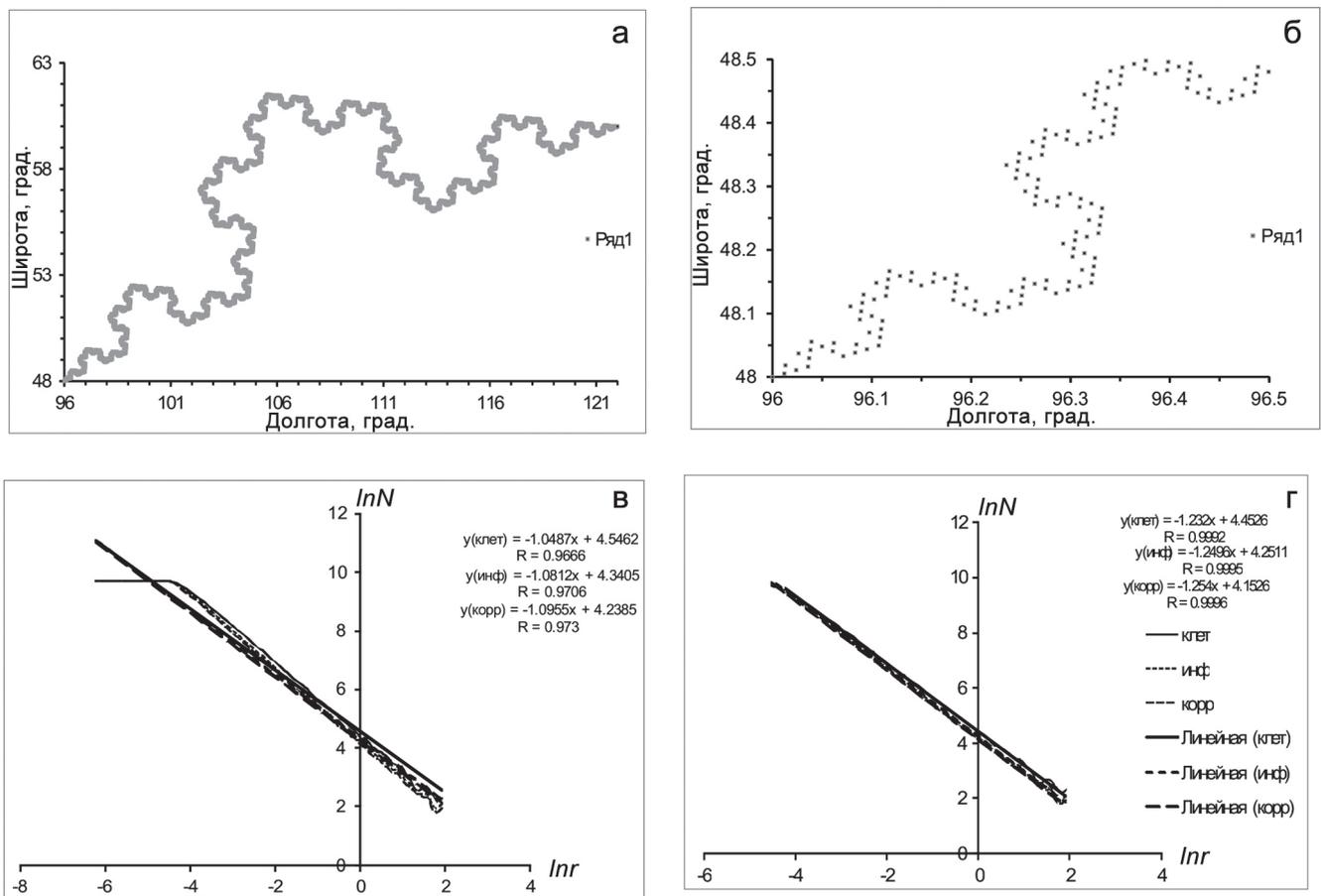


Рис. 2. Фрактальная структура “снежинка Коха” в масштабе Байкальского региона для 16 384 точек-эпицентров синтезированных “землетрясений” (разряд 14) и в масштабе юго-западного фланга БРЗ.

б. Распределение точек-эпицентров синтезированных “землетрясений” по территории юго-западного фланга БРЗ. Подписи к рис. 2а, в, г аналогичны подписям к рис. 1а, б, в, соответственно.

Fig. 2. Fractal structure of the “Koch snowflake” in the scale of the Baikal region for 16384 points-epicenters of synthesized “earthquakes” (rank 14) and on the scale of the southwestern flank of the BRZ.

б. Distribution of points-epicenters of synthesized “earthquakes” along the territory of the southwestern flank of the BRZ. The signatures to Fig. 2а, в, г are analogous to the signatures to Fig. 1а, б, в, respectively.

ции высоки (близки к 1), а значения показателей самоподобия ($D_0 \approx 1.23$, $D_1 \approx 1.25$ и $D_2 \approx 1.25$) почти сравнялись с величиной $D \approx 1.26$.

Заполнение структуры “снежинка Коха” выполнено до 65 536 точек-эпицентров “землетрясений” (разряд 16, $2^{16} = 65\,536$ точки, $t = 2^{10} = 1024$ условных года). Поскольку вид карт и поведение графиков аналогичны предыдущим построениям, просто опишем полученные для такой выборки данных результаты. В полном диапазоне размеров r наклонные части функций расширены до $-6 \leq \ln r \leq 2$, а полочки уменьшились ($\ln r \leq -6$). Коэффициенты корреляции высоки ($R \approx 0.99$), значения вычисленных размерностей ($D_0 \approx 1.20$, $D_1 \approx 1.22$ и $D_2 \approx 1.23$) немного отличаются от величины $D \approx 1.26$. Графики линейной аппроксимации хорошо соответствуют наклонным частям функций $\ln N = f(\ln r)$, максимальные коэффициенты корреляции высоки (близки к 1.00), а значения показателей самоподобия ($D_0 \approx 1.26$, $D_1 \approx 1.26$ и $D_2 \approx 1.26$) соответствуют величине $D \approx 1.26$.

Мы не приводим промежуточные построения для других выборок данных, так как совершенно отчетливо видно, что с ростом количества используемых точек-эпицентров “землетрясений” структура “снежинка Коха” полностью заполняется на определенных размерах, характеризуемых максимальным коэффициентом корреляции, и это приводит значения вычисляемых размерностей в соответствие с теоретическими значениями. Построения и определения, выполненные для очень сложной структуры самоподобного фрактала “ковер Серпинского” (показатель самоподобия $D \approx 1.89$), приводят к точно таким же выводам, а именно: использование максимального коэффициента корреляции для выделения области полного заполнения точками-эпицентрами “землетрясений” дает возможность уточнить оценки, особенно при небольшом количестве точек-эпицентров.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЯ САМОПОДОБИЯ ПОЛЯ ЭПИЦЕНТРОВ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ БАЙКАЛЬСКОГО РЕГИОНА

На рис. 3 представлена карта эпицентров 52 700 представительных землетрясений с магнитудой $M_{LH} \geq 2.5$ (энергетический класс $K_p \geq 8$), зарегистрированных в Байкальском регионе с 1964 по 2013 г., и изолиний их плотности в площадках $0.2^\circ \times 0.3^\circ$. Можно отметить, что землетрясения такого класса регистрируются в пределах региона без пропусков, т.е. являются представительными. Анализ карты показывает, что эпицентры землетрясений локализируются в пределах БРЗ, вне ее сейсмичность рассеяна и минимальна на Сибирской платформе. Видно, что эпицентры землетрясений приурочены к зонам основных разломов, но за пределами БРЗ раз-

ломы, как правило, слабо- или асейсмичны. Изолинии плотности эпицентров в площадках $0.2^\circ \times 0.3^\circ$ позволяют установить особенности распределения землетрясений по территории региона. По внешнему контуру изолинии $n = 15$ территорию можно разделить на три района. На юго-западном фланге БРЗ (район 1, $\varphi = 48.0^\circ - 54.0^\circ$ N, $\lambda = 96.0^\circ - 104.0^\circ$ E) эпицентры формируют полосы преимущественно субширотной и субмеридиональной ориентировки, соответствующей направленности зон основных активных разломов, в результате чего сейсмичность рассеяна по территории. В центральной части БРЗ (район 2, $\varphi = 51.0^\circ - 54.0^\circ$ N, $\lambda = 104.0^\circ - 113.0^\circ$ E) эпицентры толчков создают одну широкую полосу северо-восточного простираения. На северо-восточном фланге БРЗ (район 3, $\varphi = 54.0^\circ - 60.0^\circ$ N, $\lambda = 109.0^\circ - 122.0^\circ$ E) эпицентрально поле землетрясений имеет форму “треугольника”, основание которого на западе составляют несколько полос эпицентров северо-восточного и восточного направлений, а вершина формируется одной узкой полосой на востоке района. Районы разделены пополам по долготе $\lambda = 100.0^\circ$, $\lambda = 108.0^\circ$ и $\lambda = 116.0^\circ$ на шесть участков, которым даны номера 1–6 начиная с юго-западной границы региона. Такая схема деления территории региона обычно применяется при исследовании сейсмичности и напряженно-деформированного состояния на трех иерархических уровнях литосферы БРЗ [Ключевский, 2007; Ключевский и др., 2009].

В практике изучения сейсмичности БРЗ мы использовали три фрактальные размерности – клеточную D_0 , информационную D_1 и корреляционную D_2 [Ключевский, Зуев, 2007; Зуев, Ключевский, 2015]. Установлено, что с ростом объема выборки данных размерность D_0 возрастает монотонно, слабо реагирует на афтершоки сильных землетрясений и адекватно характеризует структуру пространственного распределения эпицентров землетрясений. Размерности D_1 и D_2 подвержены влиянию афтершоков сильных землетрясений и резко уменьшаются при мощных сериях афтершоков, отражая локализацию эпицентров. Так как используемый нами [Каталог...] не очищен от афтершоков и роевых землетрясений, то в настоящей работе мы используем только клеточную размерность D_0 , минимально подверженную эффекту локализации толчков из-за алгоритмического условия разрушения клетки одним землетрясением. Определения клеточной размерности выполнены для эпицентров землетрясений всего региона, трех районов и шести участков.

На рис. 4 результаты определений клеточной размерности эпицентров землетрясений Байкальского региона отражены в виде функций $\ln N = f(\ln r)$, их линейных аппроксимаций, уравнений корреляционной связи и коэффициентов корреляции. На рис. 4а показаны результаты определений в тех пределах размеров r пло-

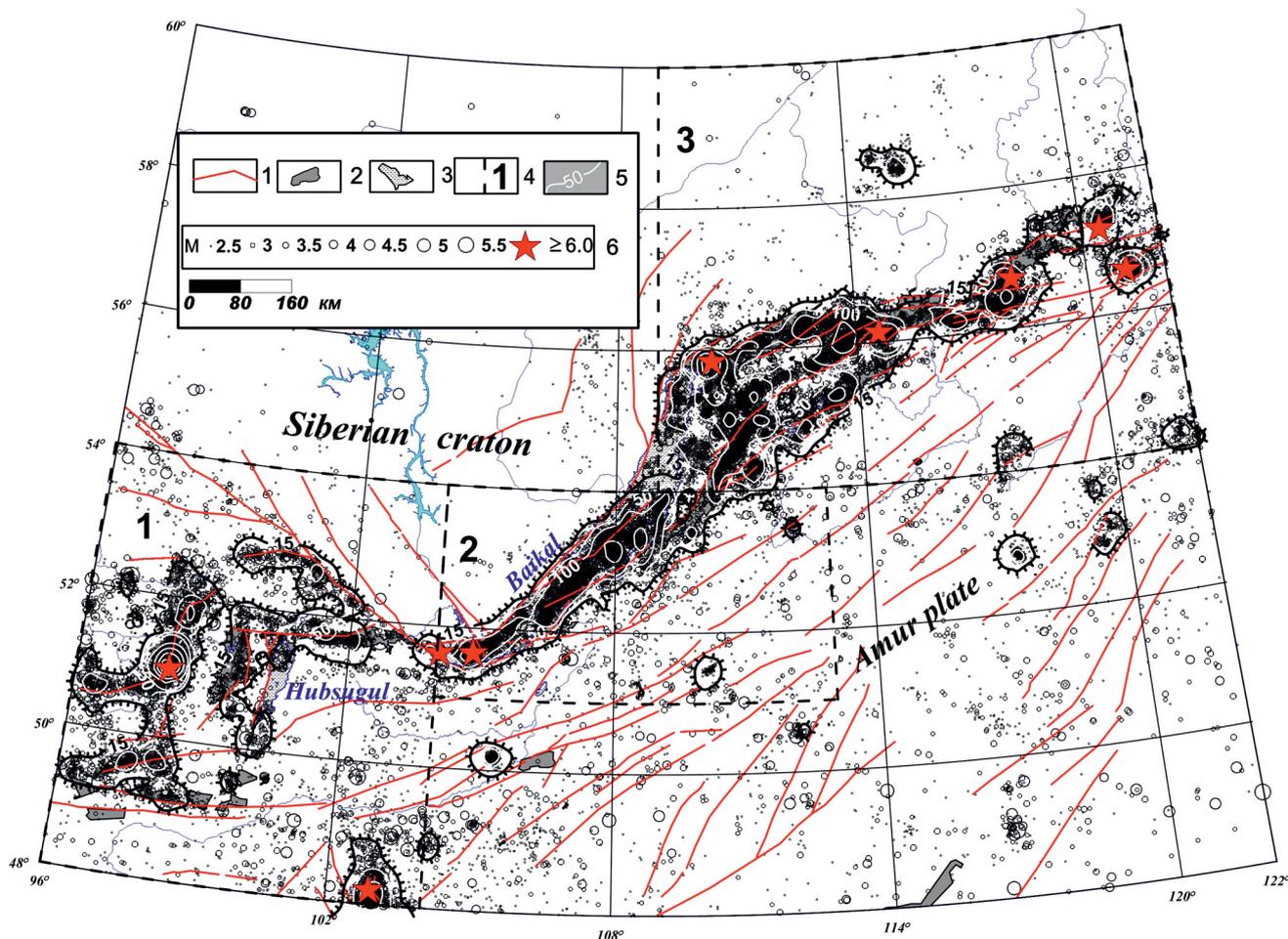


Рис. 3. Карта эпицентров и изолиний плотности эпицентров землетрясений Байкальского региона (1964–2013 гг.).

1 – разломы, 2 – впадины, 3 – озера, 4 – границы и номера районов, 5 – изолинии плотности эпицентров, 6 – эпицентры землетрясений с магнитудой $M_{LH} \geq 2.5$ (энергетический класс $K_p \geq 8$).

Fig. 3. Map of epicenters and isolines of density of epicenters of earthquakes in the Baikal region (1964–2013).

1 – faults, 2 – depressions, 3 – lakes, 4 – boundaries and numbers of areas, 5 – isolines of density of epicenters, 6 – epicenters of earthquakes with magnitude $M_{LH} \geq 2.5$ (energy class $K_p \geq 8$).

щадок, на которых имеются эпицентры землетрясений. График функции $\ln N = f(\ln r)$ имеет выпуклый вид: прямолинейная наклонная часть графика на крупных масштабах $-2 \leq \ln r \leq 2$ и изогнутая часть при $\ln r \leq -2$. Видно, что линейная аппроксимация слабо соответствует функции $\ln N = f(\ln r)$, хотя коэффициент корреляции достаточно высок ($R \approx 0.963$), но значение вычисленной размерности $D_0 \approx 1.22$. На рис. 4б результаты представлены только для прямолинейной наклонной части, а уравнение корреляционной связи получено для максимального коэффициента корреляции, т.е. для наилучшего соответствия функции $\ln N = f(\ln r)$ линейной аппроксимации. Видно, что график линейной аппроксимации близко соответствует функции $\ln N = f(\ln r)$, максимальный коэффициент

корреляции очень высок ($R \approx 0.999$), а значение показателя самоподобия высоко ($D_0 \approx 1.70$). На рис. 4в результаты представлены для прямолинейной наклонной части, но до размера минимальной клетки в $r_k = 10$ км, соответствующего принятым оценкам погрешности определения координат эпицентров. Видно, что график линейной аппроксимации достаточно близко соответствует функции $\ln N = f(\ln r)$, коэффициент корреляции высок ($R \approx 0.995$), а клеточная размерность $D_0 \approx 1.58$. Таким образом, использование максимального коэффициента корреляции для оценки самоподобия поля эпицентров землетрясений Байкальского региона позволяет существенно уточнить величину показателя самоподобия – отличие показателя самоподобия ($D_0 \approx 1.70$) от клеточной размерности

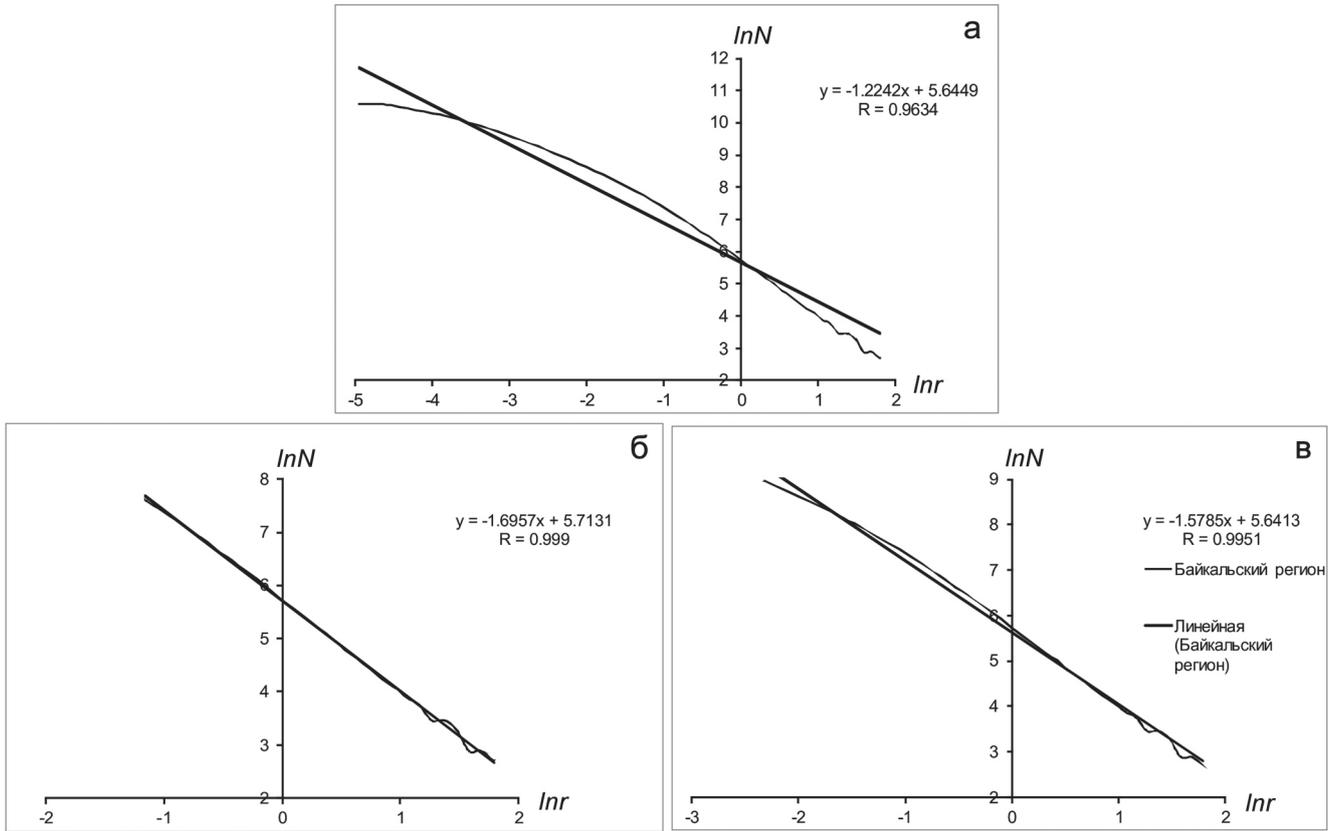


Рис. 4. Результаты определения клеточной размерности поля эпицентров землетрясений Байкальского региона за 1964–2013 гг.

- а. Графики и результаты определения клеточной размерности для всех размеров площадок.
- б. Графики и результаты определения показателя самоподобия.
- в. Графики и результаты определения клеточной размерности при минимальном размере клетки $r_k = 10$ км.

Fig. 4. Results of the determination of the cell dimension of the epicentral field of earthquakes in the Baikal region for 1964–2013.

- a. Graphs and results of determining the cell dimension for all site sizes.
- б. Graphs and results of the self-similarity score.
- v. Graphs and results of determining the cell dimension with a minimum cell size $r_k = 10$ км.

($D_0 \approx 1.58$) значительно превышает три стандартных отклонения.

Аналогичные процедуры были осуществлены для выборок землетрясений трех районов и шести участков. В качестве примера на рис. 5 результаты определений клеточной размерности поля эпицентров землетрясений района 1 (юго-западный фланг БРЗ) отражены в виде функций $\ln N = f(\ln r)$, их линейных аппроксимаций, уравнений корреляционной связи и коэффициентов корреляции. На рис. 5а представлены результаты определений в пределах размеров площадок, на которых выделяются эпицентры землетрясений. График функции $\ln N = f(\ln r)$ имеет выпуклый вид: прямолинейна наклонная часть графика на крупных масштабах $-2 \leq \ln r \leq 2$ и изогнута часть при $\ln r \leq -2$. Видно, что прямая аппроксимации слабо соответствует графику функции

$\ln N = f(\ln r)$, хотя коэффициент корреляции достаточно высок ($R \approx 0.951$), но $D_0 \approx 1.20$. На рис. 5б результаты представлены для прямолинейной наклонной части, а уравнения корреляционной связи получены при максимальном коэффициенте корреляции. Видно, что график линейной аппроксимации близко соответствует функции $\ln N = f(\ln r)$, максимальный коэффициент корреляции высок ($R \approx 0.998$), показатель самоподобия $D_0 \approx 1.66$. На рис. 5в результаты представлены для прямолинейной наклонной части до размера минимальной клетки $r_k = 10$ км. Видно, что график линейной аппроксимации достаточно близко соответствует функции $\ln N = f(\ln r)$, коэффициент корреляции высок ($R \approx 0.997$), размерность $D_0 \approx 1.63$ и отличается от показателя самоподобия почти на три стандартных отклонения. Таким образом, использование максимального коэффициента

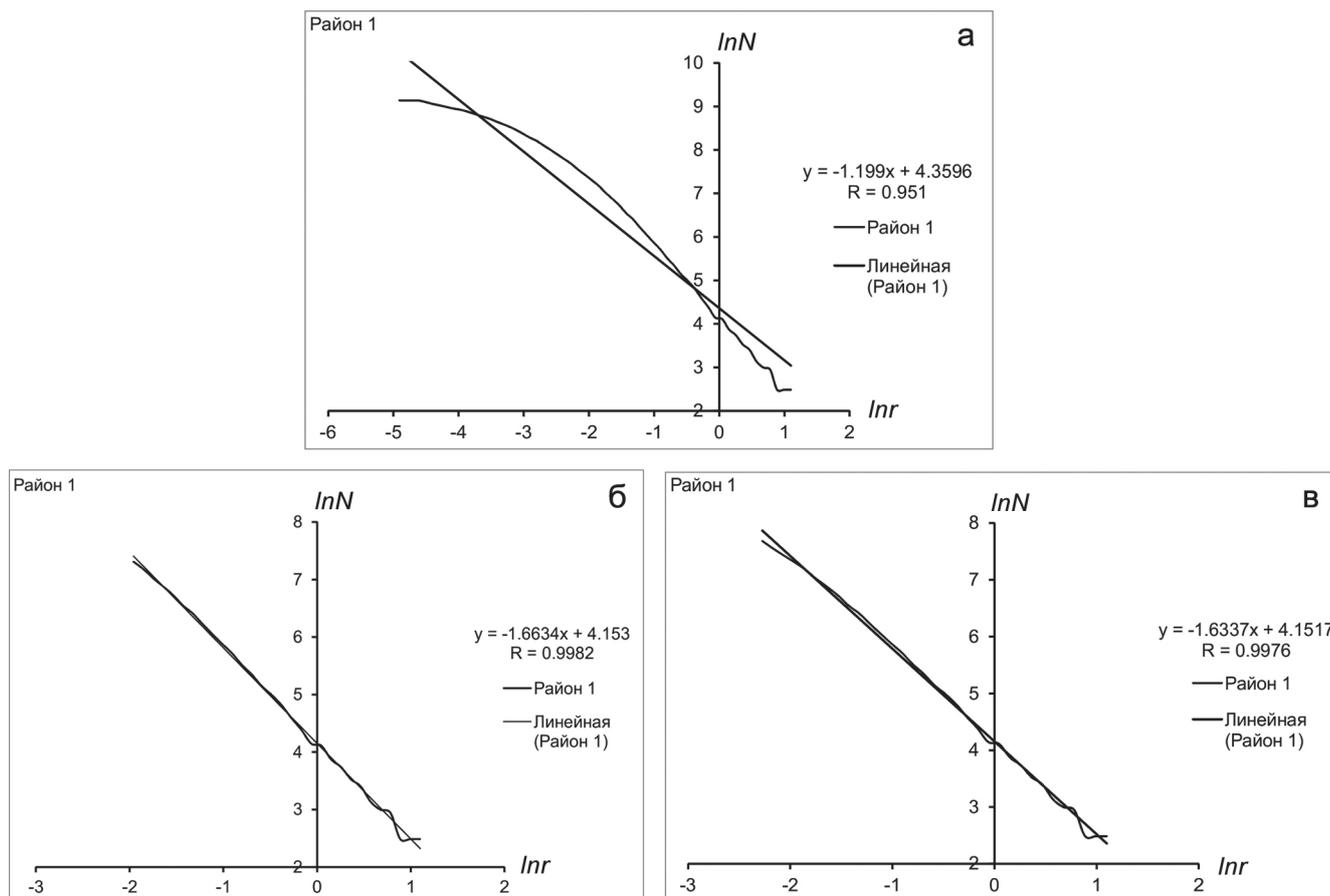


Рис. 5. Результаты определения клеточной размерности поля эпицентров землетрясений района 1 за 1964–2013 гг.

Подписи к рис. 5 аналогичны подписям к рис. 4.

Fig. 5. Results of the determination of the cell dimension of the field of epicenters of earthquakes in area 1 for 1964–2013.

The signatures to Fig. 5 are similar to the signatures of Fig. 4.

ента корреляции для оценки самоподобия поля землетрясений района 1 позволяет уточнить величину показателя самоподобия.

ОБСУЖДЕНИЕ

Исследованиями установлено, что распределение эпицентров землетрясений самоподобно на исследуемых масштабных уровнях [Садовский и др., 1984]. Величина фрактальной размерности поля эпицентров землетрясений лежит в пределах $1 \leq D < 2$: значение 1 указывает на цельную, упорядоченную структуру среды без разрывов-землетрясений, промежуточное значение – на частично разрушенную разрывами среду, а значения, приближающиеся к 2, указывают на сильно разрушенную среду. Самоподобие эпицентрального поля землетрясений БРЗ подтверждено в работе [Солоненко, Штейман, 1994].

Одним из основных фрактальных объектов литосферы Земли являются пространственные структуры разломов, генерирующих землетрясения. В современном понимании разломообразование и землетрясения представляют собой разномасштабные свойства одной динамической системы – разломной зоны сдвига [Scholz, 2002], а связь землетрясений с разломами и их приуроченность к зонам активных разломов несомненны. Имеется гипотеза, что каждый активный разлом генерирует землетрясения одного размера, а фрактальное пространственное распределение землетрясений создается пространственным распределением разломов разной иерархии [Turcotte, Malamud, 2002]. Эта гипотеза позволяет охарактеризовать самоподобие структуры сети сейсмоактивных разломов через размерность структуры эпицентрального поля землетрясений. Фрактальные размерности разломов ($D_f \approx 1.68$) и сейсмичности ($D_s \approx 1.68$) в БРЗ соответ-

ствуют друг другу, что может указывать на сбалансированность разломообразования и сейсмичности [Sherman, Gladkov, 1999]. Нужно отметить, что информация о разломах получена для приповерхностного слоя литосферы, и основная часть небольших разломов, не имеющих выход на поверхность Земли, не может быть учтена в расчетах фрактальной размерности D_f . Кроме того, не все имеющие выход на поверхность разломы сейсмически активны. Возможно, поэтому полученные позднее фрактальные оценки сейсмичности трех районов и шести участков БРЗ показали, что клеточная размерность уменьшается с юго-запада региона (участок 1, $D_0 \approx 1.60 \pm 0.02$) на северо-восток (участок 6, $D_0 \approx 1.36 \pm 0.02$) [Ключевский, Зуев, 2007], т.е. региональное поле эпицентров не является монофракталом. Уменьшение клеточной размерности с юго-запада на северо-восток региона отражает трансформацию площадного распределения эпицентров землетрясений в квазилинейный вид. Эта трансформация, по нашему мнению [Ключевский, Зуев, 2007], свидетельствует об изменении напряженно-деформированного состояния литосферы региона с глобального суперпозиционного, обусловленного воздействием на БРЗ Индо-Азиатской коллизии (юго-западный фланг), в менее сложное региональ-

ное, связанное с развитием линейного Байкальского рифтогенеза в центральной части и на северо-востоке. Таким образом, фрактальная размерность эпицентрального поля землетрясений позволяет охарактеризовать структуру сети активных разломов, что вносит вклад в понимание современной геодинамики и сейсмотектоники литосферы региона. Представленные выше результаты показали, что на всех уровнях иерархии литосферы Байкальского региона использование максимального коэффициента корреляции для оценки самоподобия поля эпицентров землетрясений позволяет значимо уточнить величину размерности и получить более точные параметры разломной структуры в рамках фрактальной модели иерархического строения геологической среды.

Чтобы показать, как процесс заполнения эпицентрами землетрясений территории Байкальского региона влияет на определение фрактальной размерности и показателя самоподобия, на рис. 6 представлены графики изменения клеточной размерности региона, полученные при использовании ограничения $r_k = 10$ км (график 1, фрактальная размерность) и по максимальному значению коэффициента корреляции (график 2, показатель самоподобия). На рис. 6 видно, что уровни графиков увеличива-

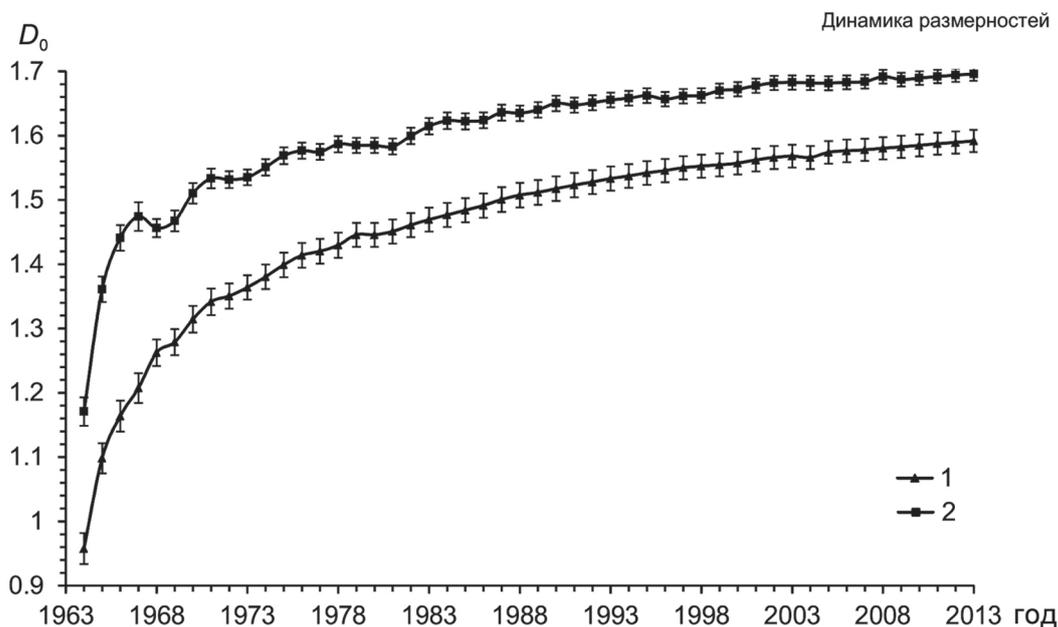


Рис. 6. Динамика фрактальной структуры поля эпицентров землетрясений как критерий заполнения толчками территории Байкальского региона с 1964 по 2013 гг.

1 – фрактальная клеточная размерность определена при минимальных размерах клетки $r_k = 10$ км, 2 – показатель самоподобия определен по предлагаемому способу.

Fig. 6. Dynamics of the fractal structure of the earthquake epicenter field as a criterion for filling the Baikal region with shocks from 1964 to 2013.

1 – fractal cell dimension is determined with the minimum cell size $r_k = 10$ км, 2 – the self-similarity index is determined by the proposed method.

ются со временем, отражая процесс постепенного заполнения территории Байкальского региона землетрясениями. Графики на рис. 6 и их аппроксимация показывают, что первые 5 лет кривая 2 растет быстрее, чем график 1, затем повышение уровня происходит примерно одинаково. На рис. 6 видно, что стандартные отклонения на графике 2 меньше, чем на кривой 1, а различие кривых существенно превышает три стандартных отклонения. Систематическое различие составляет около 0.1 и имеет методическую причину: эта величина может служить грубой поправкой при оценке показателя самоподобия по известной фрактальной размерности.

ВЫВОДЫ

Оценки самоподобия поля эпицентров землетрясений Байкальского региона получены с применением модифицированного способа, основанного на определении максимального коэффициента корреляции данных скейлинга. Примененный способ имеет особое преимущество при небольшом количестве исходных данных и позволяет существенно улучшить оценку показателя самоподобия в условиях ограниченной длительности инструментального мониторинга землетрясений. Основное влияние на оценку показателя оказывают два взаимосвязанных фактора: рост объемов инструментальных данных со временем и геометрия распределения эпицентров землетрясений по территории. Новые результаты уточняют параметры фрактальной структуры сейсмичности региона и его отдельных частей. Если учесть, что сейсмичность отражает процесс разломообразования в литосфере, то применение модифицированного способа позволяет получить более точные параметры состояния разломной структуры литосферы по полю эпицентров землетрясений Байкальского региона. При отсутствии надежных данных о глубинном строении разломно-блочной геосреды применяемый подход и полученные результаты вносят вклад в понимание современной геодинамики и сейсмодинамики литосферы Байкальского региона посредством анализа разломной структуры территорий через фрактальную размерность полей эпицентров землетрясений. В практическом плане информацию по контролю состояния разломной структуры литосферы на основе данных о землетрясениях можно использовать для характеристики сейсмической обстановки и опасности на территориях промышленного и прогнозирования гражданского строительства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Зуев Ф.Л., Ключевский А.В. (2015) Вычислительные аспекты характеристик самоподобия сейсмичности *Вестн. ИрГТУ*, **98**(3), 71-75.
Каталог землетрясений Прибайкалья. <http://www.seis-bykl.ru/>

- Ключевский А.В. (2007) Напряжения и сейсмичность на современном этапе эволюции литосферы Байкальской рифтовой зоны. *Физика Земли*, (12), 14-26.
- Ключевский А.В., Демьянович В.М., Баяр Г. (2005) Оценка рекуррентных интервалов и вероятности сильных землетрясений Байкальского региона и Монголии. *Геология и геофизика*, **46**(7), 746-762.
- Ключевский А.В., Демьянович В.М., Джурик В.И. (2009) Иерархия сильных землетрясений Байкальской рифтовой системы. *Геология и геофизика*, **50**(3), 279-288.
- Ключевский А.В., Зуев Ф.Л. (2006) Исследование динамики сейсмичности в Байкальском регионе. *Докл. АН*, **409**(2), 248-253.
- Ключевский А.В., Зуев Ф.Л. (2007) Структура поля эпицентров землетрясений Байкальского региона. *Докл. АН*, **415**(5), 682-687.
- Ключевский А.В., Зуев Ф.Л. (2011) Фрактальные оценки сейсмического процесса в литосфере Байкальского региона. *Литосфера*, (1), 143-149.
- Ключевский А.В., Зуев Ф.Л., Ключевская А.А. (2017) Патент на изобретение № 2625627. Способ определения показателя самоподобия поля эпицентров землетрясений. Заявка № 2016102935. Приоритет изобретения 28 января 2016 г. Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений Российской Федерации 17 июля 2017 г.
- Мандельброт Б. (2002) Фрактальная геометрия природы. М.: ИКИ, 656 с.
- Новая глобальная тектоника. М.: Мир, 1974, 472 с.
- Садовский М.А. (1979) Естественная кусковатость горной породы. *Докл. АН СССР*, **247**(4), 829-831.
- Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. (1987) Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М.: Наука, 101 с.
- Садовский М.А., Голубева Т.В., Писаренко В.Ф., Шнирман М.Г. (1984) Характерные размеры горной породы и иерархические свойства сейсмичности. *Физика Земли*, (2), 3-15.
- Солоненко А.В., Штейман Е.А. (1994) Самоподобие поля сейсмичности Байкальского рифта. *Докл. АН*, **337**(2), 253-257.
- Scholz C.H. (2002) The mechanics of earthquakes and faulting. C.H. Scholz. Cambridge: University Press, 470 p.
- Sherman S.I., Gladkov A.S. (1999) Fractals in studies of faulting and seismicity in the Baikal rift zone. *Tectonophysics*, **308**, 133-142.
- Turcotte D.L., Malamud B.D. (2002) Earthquakes as a complex system. International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology (Eds W.H.K. Lee, H. Kanamori, P.C. Jennings, C. Kisslinger). Academic Press. Amsterdam, Boston, N. Y., Tokyo. P. A, 209-227.

REFERENCES

- Katalog zemletryaseni Pribaikal'ya* [Catalogue of Baikal region earthquakes]. <http://www.seis-bykl.ru/>
- Klyuchevskii A.V. (2007) Stresses and seismicity at the present stage of evolution of the Baikal rift zone lithosphere. *Izv. Phys. Solid Earth*, **43**(12), 992-1004. DOI:10.1134/S1069351307120026
- Klyuchevskii A.V., Dem'yanovich V.M., Bayar G. (2005) Large earthquakes in the Baikal region and Mongolia: Recurrence time and probability. *Russ. Geol. Geophys.*,

- 46(7), 731-745.
- Klyuchevskii A.V., Dem'yanovich V.M., Dzhurik V.I. (2009) Hierarchy of earthquakes in the Baikal rift system: implication for lithospheric stress. *Russ. Geol. Geophys.*, **50**(3), 206-213. DOI:10.1016/j.rgg.2008.06.023
- Klyuchevskii A.V., Zuev F.L. (2006) Investigation of seismicity dynamics in the Baikal region. *Dokl. Earth Sci.*, **409**(5), 831-835. DOI:10.1134/S1028334X06050345
- Klyuchevskii A.V., Zuev F.L. (2007) Structure of the epicenter field of earthquakes in the Baikal region. *Dokl. Earth Sci.*, **415**(2), 944-949. DOI:10.1134/S1028334X07060268
- Klyuchevskii A.V., Zuev F.L. (2011) Fractal assessments of seismic process in the Baikal region lithosphere. *Litosfera* (1), 143-149. (In Russian)
- Klyuchevskii A.V., Zuev F.L., Klyuchevskaya A.A. (2017) *Patent na izobrenenie № 2625627. Sposob opredeleniya pokazatelya samopodobiya polya epitsentrov zemletryasenii. Zayavka № 2016102935. Prioritet izobreteniya 28 yanvarya 2016 g. Zaregistrovano v Gosudarstvennom reestre izobretenii Rossiiskoi Federatsii 17 iyulya 2017 g.* [Patent for invention No. 2625627. Method for determining the self-similarity index of the earthquake epicenter field. Application No. 2016102935. Priority of the invention on January 28, 2016. Registered in the State Register of Inventions of the Russian Federation on July 17, 2017]. (In Russian)
- Mandelbrot B.B. (1982) *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Co, N. Y., 468 pp.
- Novaya global'naya tektonika*. (1974) [The new global tectonics]. Moscow, Mir Publ., 472 p. (In Russian)
- Sadovsky M.A. (1979) Natural lumpiness of rocks. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **247**(4), 829-831. (In Russian)
- Sadovsky M.F., Bolkhovitinov L.G., Pisarenko V.F. (1987) *Deformirovanie geofizicheskoi sredy i seismicheskii protsess* [Deformation of the geophysical environment and seismic process]. Moscow, Nauka Publ., 101 p. (In Russian)
- Solonenko A.V., Shteiman E.A. (1994) Self-similarity of seismicity in the Baikal rift. *Dokl. Earth Sci.*, **337**(2), 253-257.
- Sadovsky M.A., Golubeva T.V., Pisarenko V.F., Shnirman M.G. (1984) Characteristic dimensions of rock and hierarchical properties of seismicity. *Izv. Phys. Solid Earth*, **20**, 87-95.
- Scholz C.H. (2002) *The mechanics of earthquakes and faulting*. Cambridge: University Press, 470 p.
- Sherman S.I., Gladkov A.S. (1999) Fractals in studies of faulting and seismicity in the Baikal rift zone. *Tectonophysics*, **308**, 133-142.
- Turcotte D.L., Malamud B.D. (2002) Earthquakes as a complex system. *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*. (Eds. W.H.K. Lee, H. Kanamori, P.C. Jennings, C. Kisslinger). Academic Press. Amsterdam, Boston, N. Y., Tokyo. P. A, 209-227.
- Zuev F.L., Klyuchevskii A.V. (2015) Computation aspects of seismicity self-similarity characteristics. *Vestn. Irk. Univ.*, **98**(3), 71-75. (In Russian)